

МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА СП ВЕРХНИЙ КУРП»

УРОК

ТЕМА. «Решение простейших тригонометрических неравенств»

КЛАСС 10

МЕСТО ПРОВЕДЕНИЯ. Кабинет №8 МОУ «СОШ СП Верхний Курп»

17.12.13

КЛАССНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ 10 класса А.М. Кокаева

СП Верхний Курп

17.12.13 10 клас

Тема. Решение тригонометрических неравенств, систем неравенств

Цель урока: Совершенствование навыков взаимодействия на уроке в группах, решая проблемные задачи. Развитие способности самооценки учащихся. Организация совместной учебной деятельности, дающая возможность формулировать и решать проблемные задачи.

Задачи урока:

1. **Образовательная:** Повторить алгоритмы решения тригонометрических неравенств; закрепить умения решения тригонометрических неравенств; познакомить учащихся с решением тригонометрических неравенств сводящихся к простейшим; разработать алгоритм решения тригонометрических неравенств, сводящихся к простейшим.
2. **Развивающая:** Научить умению распознавать и решать проблемные задачи. Проверить умение обобщать и систематизировать свои знания.
3. **Воспитательная:** Повысить интерес к предмету и подготовить к решению более сложных задач.

Этапы урока	Время	Методы и приемы
1. Организационное введение. Постановка учебной задачи.	3	Запись темы урока. Рассказ учителя
2. Повторение	15	Повторение алгоритма решения 4-х видов тригонометрических неравенств на слайдах.
3. Работа в группах	10	Самостоятельное решение в группах проблемных задач. В группе "А" одно задание проблемное. В группе "В" два задания проблемные. В группе "С" все задания проблемные.
4. Работа по проблемной теме	10	Составление алгоритма и решение системы тригонометрических неравенств вида. Демонстрация на слайдах алгоритма решения.
5. Подведение итогов	5	Выделение учителем главного на уроке и определения достижения целей.
6. Домашнее задание	2	Творческое задание: составить и решить систему неравенств.

1. Организационное введение. Постановка учебной задачи.

Класс делятся на три группы, которые объединяют учащихся одного уровня знаний.

1. Повторение

Повторение алгоритма решения тригонометрических неравенств проводится с помощью слайдов. Учитель перед демонстрацией каждого слайда ставит задачу: "Проговорите алгоритм решения неравенства", при этом вызывает 4-х учащихся по одному на каждый пункт алгоритма. Каждый учащийся проговаривает содержание одного из пунктов алгоритма и только потом появляется информация на слайде. Возможно, учащийся будет делать свои комментарии, в тексте эта часть ответа выделена курсивом.

- $\cos t > a$
- Учитель:** Проговорите алгоритм решения неравенства
1. Отметить на оси абсцисс (OX) интервал $x > a$ (решение неравенства $x > a$).
 2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу $x > a$ (большая дуга).
 3. Записать числовые значения граничных точек дуги ($-t_1$ и t_1).
 $t \in (-t_1 + 2\pi n; t_1 + 2\pi n), n \in Z$
 4. Записать общее решение неравенства ($x > a$).
(раскрывается 3 лист слайда постепенно шаг за шагом):

- $\cos t \leq a$
- Учитель:** Проговорите алгоритм решения неравенства
1. Отметить на оси абсцисс (OX) интервал $x \leq a$ (решение неравенства $x \leq a$).
 2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу $x \leq a$ (меньшая дуга).
 3. Записать числовые значения граничных точек дуги (t_1 и $2\pi - t_1$).
 $t \in [t_1 + 2\pi n; 2\pi - t_1 + 2\pi n], n \in Z$
 4. Записать общее решение неравенства ($x \leq a$).
(раскрывается 4 лист слайда постепенно шаг за шагом):

- $\sin t > a$
- Учитель:** Проговорите алгоритм решения неравенства
1. Отметить на оси ординат (OY) интервал $y > a$ (решение неравенства $y > a$).

$$y > a$$

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу (меньшая дуга).

3. Записать числовые значения граничных точек дуги (t_1 и $\pi - t_1$).

$$t \in (t_1 + 2\pi n; \pi - t_1 + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

4. Записать общее решение неравенства ($\sin t \leq a$).
(раскрывается 5 лист слайда постепенно шаг за шагом):

$$\sin t \leq a$$

Учитель: Проговорите алгоритм решения неравенства

1. Отметить на оси ординат ($y \leq a$) интервал ($y \leq a$) (решение неравенства $y \leq a$).

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу (большая дуга).

3. Записать числовые значения граничных точек дуги (t_1 и $3\pi - t_1$).

$$t \in [t_1 + 2\pi n; 3\pi - t_1 + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$$

4. Записать общее решение неравенства

2. Работа в группах

1 задание. Учитель раздает каждому ученику в группе альбомные листы, на которых нарисованы тригонометрические окружности. (Раздаточный материал дифференцированный). Отметьте на единичной окружности значения углов

2. Задание

Учитель раздает каждому ученику в группе альбомные листы, на которых нарисованы 3 числовые тригонометрические окружности. (Раздаточный материал дифференцированный).

Учитель: Каждому учащемуся надо решить 3 задания. В группе "А" одно задание проблемное (последнее). В группе "В" два задания проблемные (два последних). В группе "С" все задания проблемные. Учащиеся решают задания самостоятельно и по мере решения выходят к доске и закрепляют свои листочки с решением на доске.

Учитель проверяет по мере их вывешивания. За верно решенное задание ставиться "+", за не верно решенное задание ставиться "-". По истечению 10 минут решение прекращается и начинается в течение 5 минут разбор решенных заданий. Разбираются только проблемные задачи, но если есть необходимость, то можно разобрать и остальные задания.

Задания для учащихся по группам

I группа "А"		
$\cos t \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 1. $\sin t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2. $\cos t = \frac{1}{2}$ 3.	$\cos t < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 1. $\sin t \geq -\frac{1}{2}$ 2. $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3.	$\cos t < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 1. $\sin t \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2. $\sin t = -\frac{1}{2}$ 3.
$\cos t \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 1. $\sin t \leq \frac{1}{2}$ 2. $\sin t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3.	$\cos t \leq \frac{1}{2}$ 1. $\sin t \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2. $\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3.	$\cos t > \frac{\sqrt{2}}{2}$ 1. $\sin t \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2. $\sin t = \frac{1}{2}$ 3.
II группа "В"		
$\cos t > \frac{\sqrt{3}}{2}$ 1. $\sin t \geq 2$ 2. $\cos t < 1$ 3.	$\cos t \geq -\frac{1}{2}$ 1. $\sin t < 1$ 2. $\cos t \leq 2$ 3.	$\sin t > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 1. $\sin t \geq -1$ 2. $\cos t > 3$ 3.
$\cos t \leq \frac{1}{2}$ 1. $\sin t \leq 1$ 2. $\cos t > -1$ 3.	$\sin t > \frac{\sqrt{3}}{2}$ 1. $\sin t > -1$ 2. $\cos t \geq -1$ 3.	$\sin t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 1. $\sin t < -1$ 2. $\cos t > 1$ 3.

III группа "С"		
$\sin t = 0$ 1. $\cos 2 \cdot (2x - 1) < 0$ 2. $\sin t \cdot \cos t > 0$ 3.	$\sin t = 1$ 1. $\cos 3 \cdot (2x - 2) \geq 0$ 2. $\sin t \cdot \cos t < 0$ 3.	$\sin t = -1$ 1. $\sin 4 \cdot (x - 4) \leq 0$ 2. $\sin t \cdot \operatorname{ctgt} < 0$ 3.
$\cos t = 1$ 1. $\sin 5 \cdot (3x - 1) < 0$ 2. $\sin t \cdot \operatorname{tgt} > 0$ 3.	$\cos t = -1$ 1. $\sin 2 \cdot (3x + 2) \geq 0$ 2. $\sin t \cdot \operatorname{tgt} < 0$ 3.	$\sin t = -2$ 1. $\cos 4 \cdot (2x - 5) < 0$ 2. $\sin t \cdot \operatorname{ctgt} < 0$ 3.

Учитель: Учащиеся общаются внутри группы (успевшие вывести верные задания помогают другим).

Учитель: проверяет

Учитель:

Учитель вызывает к доске ученика из группы "С" для решения системы неравенств, учащиеся из группы "В" озвучивают решение с места.

Учитель: Перед каждой группой ставится проблема в виде решения трех систем тригонометрических неравенств (каждая группа получает одинаковые системы, т.е. все учащиеся в равных условиях).

№1. Составьте алгоритм и решите тригонометрические неравенства вида:

1. $\cos (x/4 - 1) \leq -(\sqrt{2}/2).$

2. $\sin 3x \geq -1/2.$

3. $\cos (x - \pi/6) \leq 1/2..$

На обсуждение проблемы в группах дается 2 минуты, а затем учитель сам вызывает к доске учащихся, которые на заготовленных окружностях, при скрытой подсказке учителя, решают неравенства. Учитель вызывает учащихся из разных групп, предлагая выполнить задания различной сложности. Один учащийся работает у доски, а другой помогает с места.

5. Подведение итогов

-повторили алгоритмы решения тригонометрических неравенств;

- решали в группах тригонометрические неравенства, как простые, так и проблемные;
- разобрали решение 3 более сложных тригонометрических неравенств;
- разработали алгоритм решения таких тригонометрических неравенств в общем виде.

7. Домашняя работа : Составить из данных таблицы 5 неравенств и решить их.

$\sin t$ или $\cos t$	$>, <, \leq, \geq$	$0, \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$
-----------------------------	--------------------	---

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ УЧАЩИМСЯ

Алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности:

1. На оси, соответствующей заданной тригонометрической функции, отметить данное числовое значение этой функции.
2. Провести через отмеченную точку прямую, перпендикулярную выбранной оси.
3. Выделить точки пересечения прямой и окружности с учетом строгого или нестрогого знака неравенства.
4. Выделить дугу окружности, на которой расположены решения неравенства.
5. Определить значения на концах дуги, двигаясь в положительном направлении от меньшего значения к большему.
6. Записать решение неравенства с учетом периодичности заданной тригонометрической функции.

Алгоритм решения тригонометрических неравенств приводимых к простейшим:

1. Привести заданное неравенство к простейшему тригонометрическому неравенству.
2. Решить полученное простейшее тригонометрическое неравенство с помощью единичной окружности.
3. Записать ответ.

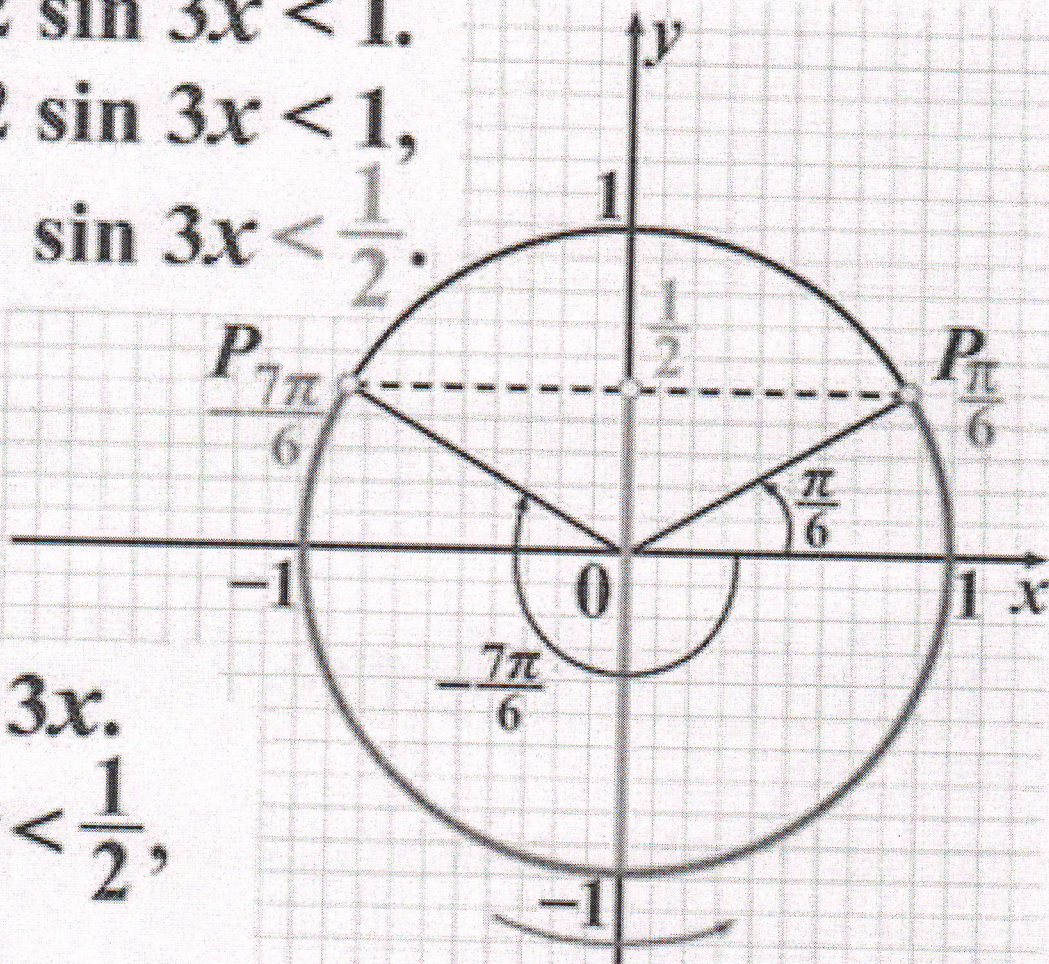
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

Пример 1. Решите неравенство

$$2 \sin 3x < 1.$$

Решение. $2 \sin 3x < 1,$

$$\sin 3x < \frac{1}{2}.$$



Пусть $t = 3x.$

Тогда $\sin t < \frac{1}{2},$

$$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < t < \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$$

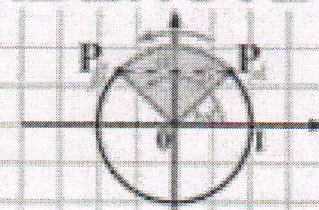
$$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < 3x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$$

$$-\frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n < x < \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}.$$

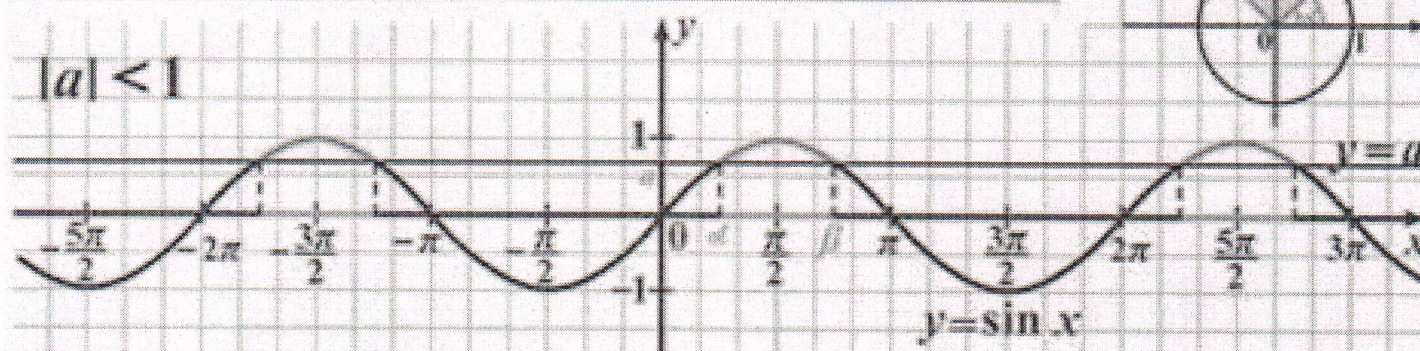
Ответ: $(-\frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n; \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n), n \in \mathbb{Z}.$

РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

вида $\sin x > a$, $\sin x \geq a$, $a \in \mathbb{R}$

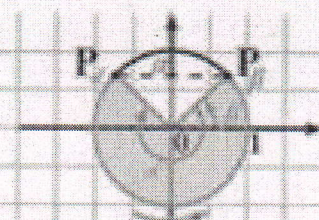


$|a| < 1$

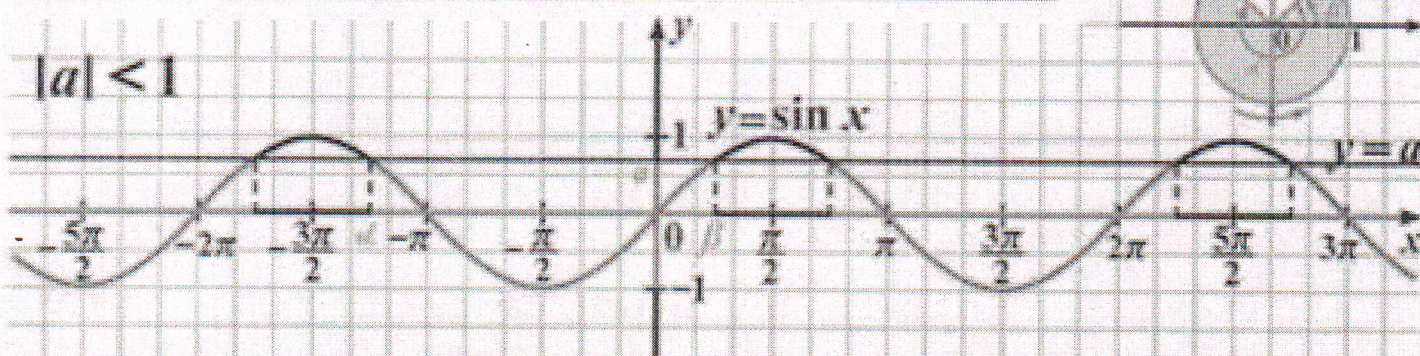


a	$\sin > a$	$\sin \geq a$
$ a < 1$	$\alpha + 2\pi n < x < \beta + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\alpha + 2\pi n \leq x \leq \beta + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$a > 1$	решений нет	решений нет
$a = 1$	решений нет	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$a = -1$	$x \neq -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\mathbb{R}$
$a < -1$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

вида $\sin x < a$, $\sin x \leq a$, $a \in \mathbb{R}$



$|a| < 1$



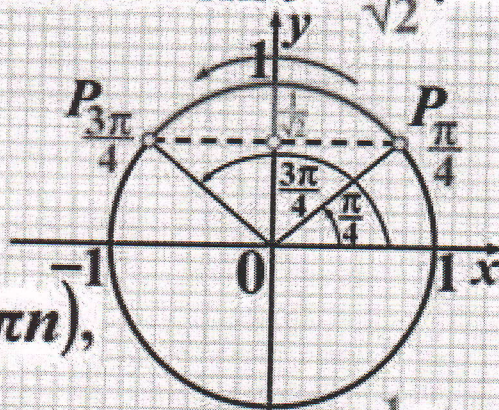
a	$\sin < a$	$\sin \leq a$
$ a < 1$	$\alpha + 2\pi n < x < \beta + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\alpha + 2\pi n \leq x \leq \beta + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$a > 1$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
$a = 1$	$x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\mathbb{R}$
$a = -1$	решений нет	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$a < -1$	решений нет	решений нет

РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

Пример 1. Решите неравенство $\sin t > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Решение. $\sin t > \frac{1}{\sqrt{2}}$,
 $\frac{\pi}{4} + 2\pi n < t < \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$,
 $n \in \mathbb{Z}$.

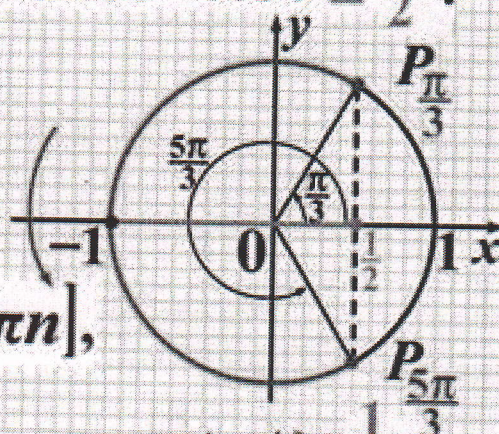
Ответ: $(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n)$,
 $n \in \mathbb{Z}$.



Пример 2. Решите неравенство $\cos t \leq \frac{1}{2}$.

Решение. $\cos t \leq \frac{1}{2}$,
 $\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq t \leq \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$,
 $n \in \mathbb{Z}$.

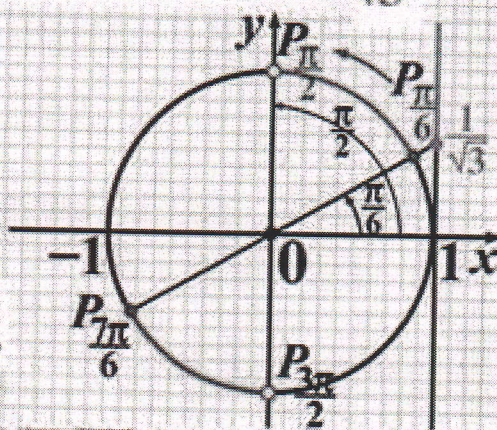
Ответ: $[\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n]$,
 $n \in \mathbb{Z}$.



Пример 3. Решите неравенство $\operatorname{tg} t \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Решение. $\operatorname{tg} t \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$,
 $\frac{\pi}{6} + \pi k \leq t < \frac{\pi}{2} + \pi k$,
 $k \in \mathbb{Z}$.

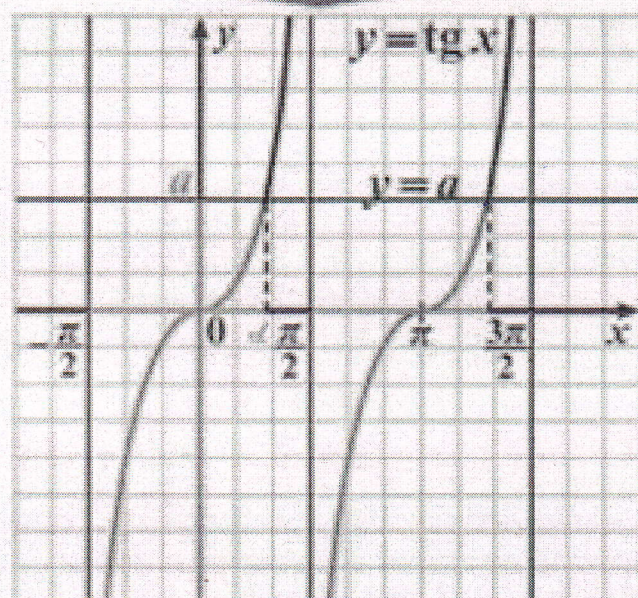
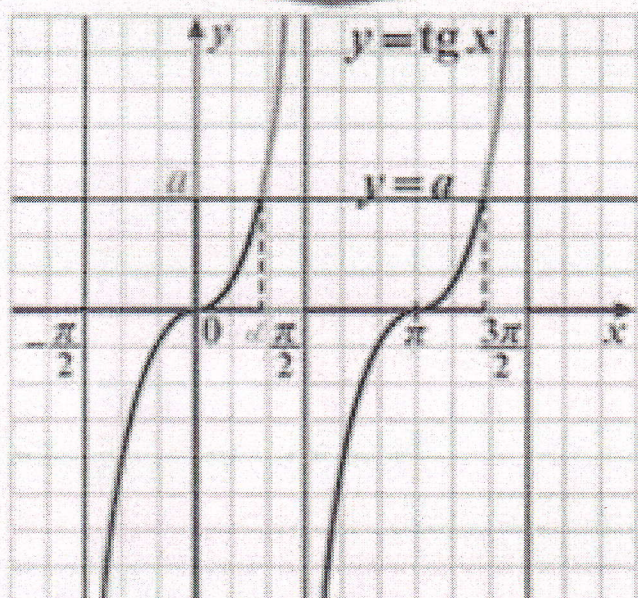
Ответ: $[\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k)$,
 $k \in \mathbb{Z}$.



РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

вида $\operatorname{tg} x > a$, $\operatorname{tg} x \geq a$
 $a \in \mathbb{R}$

вида $\operatorname{tg} x < a$, $\operatorname{tg} x \leq a$
 $a \in \mathbb{R}$



$$\operatorname{tg} x > a \quad \alpha + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

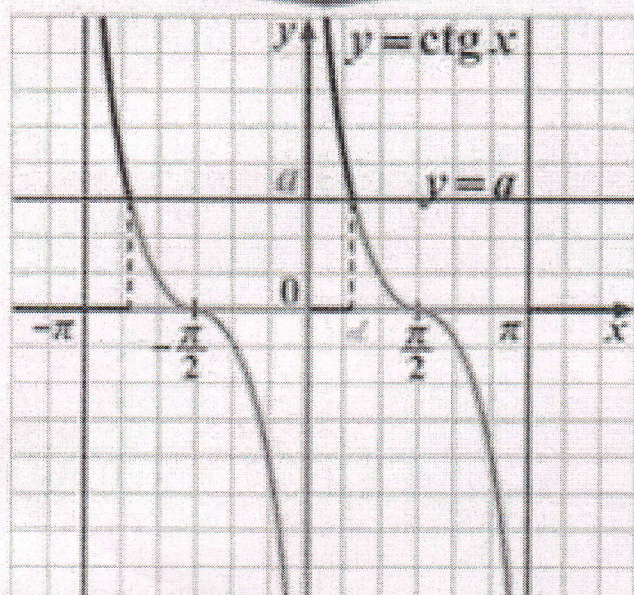
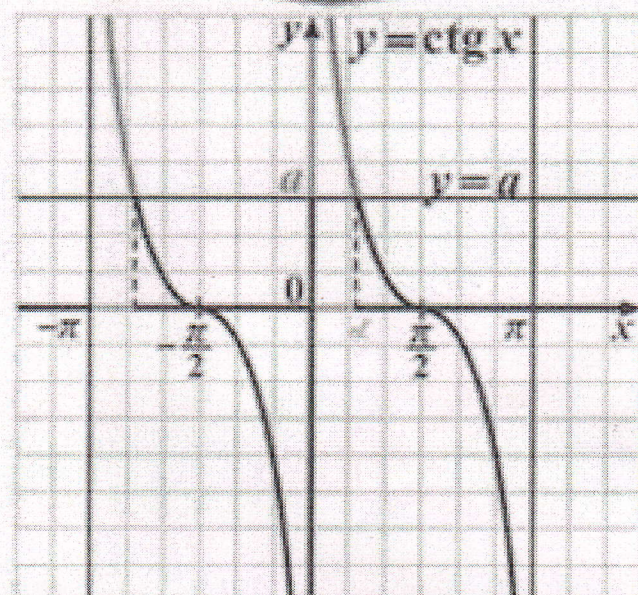
$$\operatorname{tg} x < a \quad -\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \alpha + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x \geq a \quad \alpha + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x \leq a \quad -\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq \alpha + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

вида $\operatorname{ctg} x > a$, $\operatorname{ctg} x \geq a$
 $a \in \mathbb{R}$

вида $\operatorname{ctg} x < a$, $\operatorname{ctg} x \leq a$
 $a \in \mathbb{R}$



$$\operatorname{ctg} x > a \quad \pi n < x < \alpha + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x < a \quad \alpha + \pi n < x < \pi + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x \geq a \quad \pi n < x \leq \alpha + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x \leq a \quad \alpha + \pi n \leq x < \pi + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 603332450510203670830559428146817986133868575815

Владелец Хупова Джульета Хатуевна

Действителен с 25.02.2021 по 25.02.2022